

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Владимирский государственный университет
имени Александра Григорьевича и Николая Григорьевича Столетовых»
(ВлГУ)

Институт экономики и туризма

УТВЕРЖДАЮ:
Директор института
Козлов Д.А.
сентября 2023 года



г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ (СРЕДСТВ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Теория вероятностей и математическая статистика

(наименование дисциплины)

направление подготовки / специальность

01.03.05 Статистика

(код и наименование направления подготовки (специальности))

направленность (профиль) подготовки

«Бизнес – аналитика»

(наименование направленности (профиля) подготовки)

Владимир, 2023

1. ПЕРЕЧЕНЬ КОМПЕТЕНЦИЙ И ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Формируемые компетенции (код, содержание компетенции)	Планируемые результаты обучения по дисциплине, в соответствии с индикатором достижения компетенции		Наименование оценочного средства
	Индикатор достижения компетенции (код, содержание индикатора)	Результаты обучения по дисциплине	
УК – 1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации.	Знает основные математические принципы сбора, отбора и обобщения информации Умеет собирать информацию Владеет навыками математических методов сбора, отбора и обобщения информации	Тестовые вопросы Ситуационные задачи Практико-ориентированное задание Эссе
	УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности.	Знает теоретико – вероятностные методы соотнесения и систематизации явлений Умеет с помощью математических показателей соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности. Владеет стохастическими методами систематизации и упорядочивания информации	
	УК-1.3. Владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками; методами принятия решений	Знает методы практической работы с источниками информации. Умеет работать с информационными источниками, на основании расчетов принимать решения Владеет навыками научного поиска и практической работы с информационными источниками; методами принятия решений	
ОПК-3. Способен осознанно применять методы математической и дескриптивной статистики для анализа количественных данных, в том числе с применением необходимой вычислительной техники и стандартных компьютерных программ, содержательно интерпретировать полученные результаты, готовить статистические материалы для докладов, публикаций и других аналитических материалов	ОПК-3.1. Знает современный статистический и математический инструментарий для решения профессиональных задач	Знает основной математический аппарат теории вероятностей и математической статистики Умеет применять на практике математический аппарат Владеет методами решения задач	Тестовые вопросы Ситуационные задачи Практико-ориентированное задание Эссе
	ОПК-3.2. Умеет использовать информационно-коммуникационные технологии и программные средства для анализа количественных данных	Знает основные пакеты прикладных программ Умеет решать задач с помощью специальных прикладных задач Владеет специальными программными продуктами для решения практических задач	

	ОПК-3.3. Владеет навыками интерпретации полученных результатов анализа количественных данных и подготовки материалов для докладов, публикаций и других аналитических материалов	Знает способы интерпретации полученных результатов Умеет интерпретировать полученные результаты Владеет навыками интерпретации полученных результатов анализа количественных данных и подготовки материалов для докладов, публикаций и других аналитических материалов	
--	---	--	--

2. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Рейтинг-контроль №1

1. Проводится n независимых испытаний, в которых вероятность наступления события A равна p . Вероятность того, что событие A наступит M раз, вычисляется по формуле Бернулли:

- а) нет
- б) да
- в) по формуле Байеса

2. Условной вероятностью события B при условии, что событие A с ненулевой вероятностью произошло, называется:

- а) $p(B/A) = p(AB) / p(B)$
- б) $p(B/A) = p(AB) p(A)$
- в) $p(B/A) = p(AB) / p(A)$

3. Выпущено 100 лотерейных билетов, причем установлены призы, из которых 8 по 1 руб., 2 — по 5 руб. и 1 — 10 руб. Найдите вероятности p_0 (билет не выиграл), p_1 (билет выиграл 1 руб.), p_5 (билет выиграл 5 руб.) и p_{10} (билет выиграл 10 руб.) событий:

- а) $p_0=0.89$; $p_1=0.08$; $p_5=0.02$; $p_{10}=0.01$
- б) $p_0=0.9$; $p_1=0.08$; $p_5=0.02$; $p_{10}=0.01$
- в) $p_0=0.89$ $p_1=0.08$; $p_5=0.01$; $p_{10}=0.02$

4. Стрелок попадает в цель в среднем в 8 случаях из 10. Найдите вероятность, что, сделав три выстрела, он два раза попадет:

- а) 0.314
- б) 0.324
- в) 0.384

5. Вероятность того, что дом может сгореть в течение года, равна 0.01. Застраховано 500 домов. Определите асимптотическое приближение, чтобы сосчитать вероятность того, что сгорит не более 5 домов:

- а) локальной формулой Муавра-Лапласа
- б) распределением Пуассона
- в) интегральной формулой Муавра-Лапласа

Рейтинг-контроль №2

1. Производится n независимых испытаний, в которых вероятность наступления события A равна p . n велико. Вероятность того, что событие A наступит m раз, вычисляется по формуле или используются асимптотические приближения:

- а) вычисляется по формуле Бернулли
- б) по формуле Байеса
- в) используются асимптотические приближения

2. Если имеется группа из n несовместных событий H_i , в сумме составляющих все пространство, и известны вероятности $P(H_i)$, а событие A может наступить после реализации одного из H_i и известны вероятности $P(A/H_i)$, то $P(A)$ вычисляется по формуле:

- а) Муавра-Лапласа
- б) Полной вероятности
- в) Бернулли

3. X и Y — независимы. $DX = 5$, $DY = 2$. Используя свойства дисперсии, найдите $D(2X+3Y)$:

- а) 76
- б) 19
- в) 38

4. В пирамиде 5 винтовок, 3 из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность попадания для стрелка при выстреле из винтовки с оптическим прицелом равна 0.95, из обычной винтовки — 0.7. Стрелок наудачу берет винтовку и стреляет. Найти вероятность того, что мишень будет поражена:

- а) 0.8
- б) 0.85
- в) 0.45

5. Вероятность того, что дом может сгореть в течение года, равна 0.01. Застраховано 500 домов. Определите асимптотическое приближение, чтобы сосчитать вероятность того, что сгорит не более 5 домов:

- а) локальной формулой Муавра-Лапласа
- б) распределением Пуассона
- в) интегральной формулой Муавра-Лапласа

Рейтинг-контроль №3

1. 25 рабочих контролировались в течение месяца по признаку — процент выполнения норм выработки за месяц. По выборочным данным были рассчитаны $\bar{x} = 102,3\%$ — средний процент выработки и дисперсия $S^2 = 16$. Найти 95%-ный доверительный интервал для генеральной средней, если известно, что признак имеет нормальное распределение.

2. Недельные доходы фирмы подчинены нормальному закону распределения. По 25 еженедельным наблюдениям за доходами фирмы найдено $S^2 = 1200$. Найдите 95%-ный доверительный интервал для дисперсии недельных доходов.

3. По предварительному опросу населения большого города, в котором участвовало 900 жителей, за мероприятие X готовы проголосовать 400 человек из опрошенных жителей. Найти 90%-ный доверительный интервал, в котором находится истинный процент готовых проголосовать за мероприятие X.

4. Среди 400 деталей, изготовленных станком-автоматом, 20 оказалось нестандартных. Найдите доверительный интервал, покрывающий с надежностью 0,98 неизвестную вероятность брака. T

5. Случайная величина распределена по нормальному закону с МО, равным a , и СКО, равным σ . Вычислить вероятность того, что данная СВ примет значение из отрезка $[c; d]$. Для расчётов использовать следующий график (возрастающая кривая), на котором по оси абсцисс отложено значение аргумента $x \in [0; 4]$, а по оси ординат – вероятность $P(0 \leq N < x)$, где N – СВ, распределённая по нормальному закону с МО, равным 0, и СКО, равным 1. При $x > 4$ считать, что эта вероятность равна 0,5. При $x < 0$ использовать свойство чётности плотности СВ N (симметрию графика).

6. Обрыв связи произошел на одном из пяти звеньев телефонного кабеля. Монтер последовательно проверяет звенья для обнаружения места обрыва. Составить закон распределения числа обследованных звеньев, если вероятность обрыва связи одинакова на всех звеньев.

1. Степень тесноты корреляционной связи можно измерить с помощью: ...:

- а) коэффициента корреляции,
- б) коэффициента вариации,
- в) корреляционного отношения,

- г) коэффициента регрессии,
- д) коэффициента асимметрии.

2. Метод статистического анализа зависимости случайной величины y от переменных:

- а) корреляционным анализом,
- б) регрессионным анализом,
- в) статистическим анализом,
- г) аналитическим анализом.

3. Основными формами проявления взаимосвязей явлений и процессов являются связи:

...:

- а) прямые,
- б) линейные,
- в) нелинейные,
- г) функциональные,
- д) корреляционные.

4. Для изучения статистических взаимосвязей применяются следующие методы анализа: ...:

- а) регрессионный,
- б) факторный,
- в) корреляционный,
- г) аналитический.

5. Если коэффициент корреляции равен единице, то между двумя величинами связь ...

:

- а) отсутствует,
- б) прямая,
- в) обратная,
- г) функциональная.

Иные оценочные материалы для проведения текущего контроля успеваемости

Практические задачи

100 вариантов, М – первая цифра, N- вторая цифра номера варианта

Задача №1. Из урны, содержащей k белых шаров, l – черных и m красных, достают наугад n шаров. Найти вероятность случайного события A .

M	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
-----	---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

k	6	7	6	7	6	7	6	7	7	6
l	5	5	4	4	5	4	5	5	4	5
m	3	2	3	3	2	2	3	2	3	2
n	5	4	5	4	5	4	4	5	5	4

N	Случайное событие A
0	Среди вынутых шаров есть хотя бы один белый, а красных шаров больше, чем черных.
1	Среди вынутых шаров белых и красных поровну.
2	Среди вынутых шаров белых не меньше чем черных, а черных больше чем красных.
3	Среди вынутых шаров не больше двух шаров одного цвета.
4	Среди вынутых шаров белых и черных поровну.
5	Все шары, которые вынуты из урны – одного цвета.
6	Среди вынутых шаров белых не больше чем черных, а черных не больше чем красных.
7	Среди вынутых шаров черных и красных поровну.
8	Среди вынутых шаров хотя бы по одному шару каждого цвета.
9	Среди вынутых шаров белых больше чем черных, а черных не меньше чем красных.

Задача №2. Два кубика бросают n раз. Найти вероятность того, что в этой серии испытаний случайное событие A произойдет ровно k раз.

M	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
n	6	7	8	6	7	8	6	7	8	7
k	2	4	3	3	2	4	4	3	6	5

N	Случайное событие A
0	Среди выпавших цифр есть хотя бы одна «единица» или хотя бы одна «шестерка».
1	Выпавшие цифры являются различными и их сумма больше семи.
2	Разность между двумя выпавшими цифрами (по модулю) меньше 2.
3	Выпавшие цифры являются различными, причем меньшая из них – нечетная.
4	Сумма двух выпавших цифр больше 3, но меньше 10.
5	Среди выпавших цифр есть хотя бы одна «тройка» или эти цифры – одинаковые.
6	Разность между двумя выпавшими цифрами (по модулю) больше 2.
7	Среди выпавших цифр есть ровно одна «пятерка» или ровно одна «шестерка».
8	Сумма двух выпавших цифр делится на 3 без остатка.
9	Выпавшие цифры являются различными, причем большая из них – четная.

Задача №3. Известна вероятность p случайного события A . Требуется: а) найти вероятность того, что в серии из n испытаний, событие A произойдет не менее m_1 и не более m_2 раз; б) определить минимальное число испытаний, чтобы с вероятностью α можно было бы утверждать, что относительная частота события A в этой серии испытаний будет отличаться от вероятности p не более, чем на ε (по модулю).

M	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
ε	0,02	0,03	0,04	0,02	0,05	0,02	0,03	0,03	0,05	0,04
α	0,96	0,95	0,98	0,94	0,97	0,95	0,98	0,94	0,96	0,97

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
p	0,63	0,46	0,56	0,62	0,52	0,43	0,42	0,53	0,64	0,68

n	600	800	700	900	800	600	900	700	800	700
m_1	360	350	380	530	400	240	350	350	490	450
m_2	400	400	420	580	440	290	400	390	530	500

Задача №4. Заданы законы распределения двух независимых случайных величин X и Y :

X	x_1	x_2	x_3
P	p_1	p_2	p_3

и

Y	y_1	y_2
P	q_1	q_2

Требуется составить закон распределения случайной величины $Z = k_1 \cdot X + k_2 \cdot Y$, где $k_1 = M + 1$, $k_2 = N + 1$. Найти математическое ожидание и дисперсию случайных величин X , Y и Z (расчет $M(Z)$ и $D(Z)$ произвести двумя способами – по определению и пользуясь соответствующими свойствами).

M	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
x_1	2	3	2	2	3	2	3	2	4	2
x_2	3	4	4	3	5	5	4	4	5	3
x_3	5	6	5	6	6	6	5	6	6	4
p_1	0,3	0,2	0,1	0,2	0,1	0,3	0,1	0,3	0,2	0,1
p_2	0,4	0,3	0,3	0,7	0,6	0,6	0,7	0,5	0,5	0,4

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
y_1	4	3	5	4	3	5	4	3	5	4
y_2	5	4	6	5	4	6	5	4	6	5
q_1	0,3	0,7	0,6	0,4	0,8	0,7	0,2	0,4	0,2	0,6

Задача №5. 1) Задана плотность распределения $f(x)$ непрерывной случайной величины X . Требуется: а) определить недостающие параметры этого распределения; б) найти функцию распределения $F(x)$ и схематично построить ее график; в) найти $M(X)$ и $P\left(-\frac{1}{2} < X < \frac{1}{2}\right)$. 2) Задана функция распределения $F(x)$ непрерывной случайной величины X . Требуется: а) определить недостающие параметры этого распределения; б) найти $M(X)$, $D(X)$, $\sigma(X)$.

<p>$M=0$</p> <p>$f(x)$ $k \cdot x + b$ $x^2 - 3x + 2$</p>	<p>$M=5$</p> <p>$f(x)$ $k \cdot (x+1)$ $k \cdot (x-1)^2$</p>	<p>$N=0$</p> <p>$F(x)$ $\frac{1}{2}$ x</p>	<p>$N=5$</p> <p>$F(x)$ $x + b$ $4y - x = 2$</p>
<p>$M=1$</p> <p>$f(x)$ $k \cdot (x+1)^3$ $k \cdot (x-1)^2$</p>	<p>$M=6$</p> <p>$f(x)$ $(x+1)^3$ $k \cdot x + b$</p>	<p>$N=1$</p> <p>$F(x)$ $k \cdot x$ x</p>	<p>$N=6$</p> <p>$F(x)$ $2k \cdot x + b$ $k \cdot x$</p>
<p>$M=2$</p> <p>$f(x)$ $k \cdot (2x^2 - 3x)$</p>	<p>$M=7$</p> <p>$f(x)$ $k \cdot x + b$ $(1-x)^3$</p>	<p>$N=2$</p> <p>$F(x)$ $k \cdot x$ x</p>	<p>$N=7$</p> <p>$F(x)$ $3k \cdot x + b$ $k \cdot x + b$</p>
<p>$M=3$</p> <p>$f(x)$ $k \cdot x + b$ x^3</p>	<p>$M=8$</p> <p>$f(x)$ $k \cdot (4x - x^3)$</p>	<p>$N=3$</p> <p>$F(x)$ $6y - x = 3$ $2y - x = b$</p>	<p>$N=8$</p> <p>$F(x)$ $\frac{1}{3} \cdot (x+1)$ $\frac{2}{3} \cdot (x+1)$</p>
<p>$M=4$</p> <p>$f(x)$ $k \cdot x + b$ $(x+1)^2$</p>	<p>$M=9$</p> <p>$f(x)$ $k \cdot x + b$ $1 - x^2$</p>	<p>$N=4$</p> <p>$F(x)$ $\frac{1}{2}$ x</p>	<p>$N=9$</p> <p>$F(x)$ $k \cdot (x+2)$ $2k \cdot (x+2)$</p>

Задача №6. Необходимо:

- 1) произвести все необходимые вычисления (рассчитать среднее значение и показатели вариации по определению и методом моментов);
- 2) построить эмпирические линии регрессии и сделать первоначальные выводы о форме корреляционной связи;
- 3) определить величину коэффициента линейной корреляции (по определению и методом моментов) и сделать выводы о форме корреляционной зависимости;
- 4) найти значение корреляционного отношения и сделать выводы о тесноте корреляционной связи;
- 5) с вероятностью 0,95 проверить гипотезу о статистической значимости эмпирических данных;
- 6) установить вид уравнения регрессии в предположении прямой (расчет коэффициентов произвести двумя способами), параболической и показательной регрессионной моделей;
- 7) с помощью величины средней ошибки аппроксимации отобрать наиболее точную модель;
- 8) найти индекс детерминации для каждой из построенных моделей и сделать соответствующие выводы;
- 9) используя результаты пунктов 7 и 8 отобрать наилучшую модель;
- 10) построить на одном чертеже эмпирические данные и линии регрессии; 11) произвести прогноз значения y при $x = k_1 x_{\max}$ и x при $y = k_2 y_{\max}$, где значения k_1 и k_2 соответствуют последнему номеру упражнения, деленному на 5 и 10 соответственно.

1. Распределение прямоугольных плиток по длине x (см) и весу y (кг):

y	x	30	35	40	45	50	n_y
6		2					2
8		17	10	3			30
10		9	17	24	6	2	58
12		3	9	16	24	11	63
14				13	12	22	47
	n_x	31	36	56	42	35	200

3.2. Распределение заводов по основным фондам x и по готовой продукции y (млн. руб.):

y	x	15	25	35	45	55	n_y
20		7	20				27
30		5	23	30	10		68
40				47	11	9	67
50				2	20	7	29
60					6	3	9
n_x		12	43	79	47	19	200

3. Распределение растений по весу каждого из них x и по весу семян y (г.):

y	x	40	50	60	70	80	n_y
15		5					5
20		7	4	8			19
25			16	20	11		47
30			23	32	29	9	93
35				27	2	7	36
n_x		12	43	87	42	16	200

4. Распределение предприятий по объему продукции x и по ее себестоимости y (тыс. руб.):

y	x	1000	2000	3000	4000	5000	n_y
2,0					1	6	7
2,5				4	6	3	13
3,0			3	6	4		13
3,5		2	6	3	1		12
4,0		3	2				5
n_x		5	11	13	12	9	50

5. Распределение проб руды по содержанию окиси железа x и закиси железа y (%):

y	x	25	35	45	55	65	75	85	n_y
3							4	6	10
9					6	6	8		20
15			1	2	14	3			20
21		1	5	18	2				26
27			4	10	2				16
33		1	5	2					8
n_x		2	15	32	24	9	12	6	100

6. Распределение однотипных предприятий по основным фондам x (млн. руб.) и себестоимости единицы продукции y (руб.):

y	x	8	13	18	23	28	n_y
1,25					2	6	8
1,50				4	7	4	15
1,75	1	1	7	5			14
2,00	2	4	1				7
2,25	3	3					6
n_x		6	8	12	14	10	50

Задача 8. Необходимо:

1) найти парные коэффициенты корреляции r_{yx_i} и с помощью t – критерия Стьюдента (вероятность принять равной 0,95) исключить один из факторных признаков, перейти к двухфакторной регрессии;

2) вычислить множественный коэффициент корреляции и сделать выводы о форме и силе корреляционной зависимости;

3) с помощью F – критерия Фишера с вероятностью 0,95 оценить статистическую значимость эмпирических данных;

4) вычислить значение общего индекса детерминации;

5) двумя способами получить уравнение линейной модели множественной регрессии;

6) по величине средней ошибки аппроксимации оценить точность линейной модели;

7) подсчитать дельта – коэффициенты;

8) найти значения коэффициентов эластичности;

9) исключить из модели один из факторных признаков и перейти к модели с парной регрессией.

1.

Y	X_1	X_2	X_3
507,2	19,5	352,9	448,1
506,6	19,8	187,1	459,9
487,8	21,1	375,2	447,9
496,0	18,6	287,9	444,3
493,6	19,6	444,0	411,7

2.

Y	X_1	X_2	X_3
328,6	429,3	459,5	10,5
314,7	386,9	511,3	13,6
259,4	311,5	328,6	10,8
187,7	302,2	350,0	10,9
411,7	458,9	462,4	11,7

3.

Y	X_1	X_2	X_3
10,3	262,0	238,5	298,7
10,6	242,4	269,4	529,3
8,5	231,9	284,0	320,0
6,7	214,3	172,3	502,0
8,3	208,4	166,4	194,9

4.

Y	X_1	X_2	X_3
3,5	20	4,8	71,34
6,7	21	5,1	73,41
3,2	20	5,2	73,03
3,9	35	7,0	74,84
3,5	30	5,3	75,13
5,0	35	7,5	76,17
3,7	30	7,7	63,42
5,0	40	7,3	80,13
3,8	42	7,0	82,46
5,0	39	6,7	84,42

Тематика эссе

1. Виды случайных событий. Несовместные, достоверные и невозможные события.
2. Комбинации событий. Сумма, произведение событий с точки зрения теории множеств.
3. Относительная частота событий. Статистическая вероятность. Аксиомы теории вероятностей и следствия из них.
4. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности.
5. Основные понятия и формулы комбинаторики. Примеры непосредственного вычисления вероятностей.
6. Теорема сложения вероятностей. Противоположные события. Принцип практической невозможности маловероятных событий.
7. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Независимые события. Теорема умножения для независимых событий. Вероятность появления хотя бы одного события. Теорема сложения вероятностей совместных событий.
8. Формула полной вероятности. Вероятность гипотез. Формула Байеса.
9. Повторение испытаний. Формула Бернулли и ограниченность её применения. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
10. Понятие случайной величины. Дискретные и непрерывные случайные величины. Закон распределения вероятностей дискретной случайной величины.
11. Биномиальное распределение. Распределение Пуассона. Геометрическое распределение.

12. Математическое ожидание дискретной случайной величины и его свойства.
13. Дисперсия дискретной случайной величины и её свойства. Среднее квадратическое отклонение.
14. Неравенство Чебышева. Теорема Чебышева. Закон больших чисел. Теорема Бернулли.
15. Теорема Ляпунова. Центральная предельная теорема.
16. Распределение Стьюдента. Распределение Фишера-Снедекора.
17. Корреляционный момент. Коэффициент корреляции. Корреляционная таблица. Выборочный коэффициент корреляции. Выборочное корреляционное отношение. Простейшие случаи криволинейной корреляции.
18. Функция распределения вероятностей случайной величины, её свойства и график.
19. Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины, её свойства и график. Равномерное распределение.
20. Числовые характеристики непрерывных случайных величин (математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение).
21. Нормальное распределение. Показательное распределение. Функция надёжности. Показательный закон надёжности.

Тематика презентаций

1. Применение теории вероятностей в экономике.
2. Практическое применение комбинаторных задач.
3. Вероятность и ее практическое применение.
4. Прикладные задачи теории вероятностей.
5. Особенности применения вариационных рядов в статистике.
6. Цепи Маркова и их применение в экономических расчетах.
7. Статистические ряды распределения, их значение и применение в статистике.
8. Применение точечных и интервальных оценок в теории вероятности и математической статистике.
9. Проверка гипотез в экономических исследованиях.
10. Роль дисперсионного анализа в экономике.

3. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Вопросы к экзамену

1. Понятие «случайное событие».
2. Классификация событий.

3. Операции над событиями.
4. Графическое представление событий.
5. Классическое определение вероятности.
6. Статистическое определение вероятности.
7. Геометрическое определение вероятности.
8. Аксиоматика теории вероятностей.
9. Основные теоремы теории вероятностей.
10. Основные комбинаторные формулы.
11. Классическая схема шаров и урн.
12. Формула полной вероятности.
13. Теорема Байеса.
14. Повторные независимые испытания. Постановка задачи.
15. Формула полной вероятности.
16. Асимптотическая формула Пуассона.
17. Локальная теорема Муавра – Лапласа.
18. Интегральная теорема Муавра – Лапласа.
19. Наивероятнейшее число наступления события.
20. Многоугольник распределения вероятностей.
21. Простейший поток случайных событий
22. Понятие «случайная величина».
23. Функция распределения случайной величины.
24. Понятие «дискретная случайная величина».
26. Закон распределения дискретной случайной величины.
27. Функция распределения дискретной случайной величины.
28. Понятие «непрерывная случайная величина».
29. Интегральная функция распределения непрерывной случайной величины.
30. Дифференциальная функция распределения непрерывной случайной величины.
31. Математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение.
32. Математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение дискретной случайной величины.
33. Математическое ожидание, дисперсия и среднее квадратическое отклонение непрерывной случайной величины.
34. Биномиальное распределение дискретной случайной величины.
35. Распределение Пуассона дискретной случайной величины (Закон редких чисел).
36. Равномерное распределение непрерывной случайной величины.

37. Показательное (экспоненциальное) распределение непрерывной случайной величины.
38. Нормальное (гауссово) распределение непрерывной случайной величины.
39. Закон распределения многомерной дискретной случайной величины.
40. Функция распределения многомерной дискретной случайной величины.
41. Функция плотности распределения вероятностей непрерывной случайной величины.
42. Распределения случайных величин, входящих в n – мерную величину.
43. Условные распределения.
44. Числовые характеристики системы случайных величин.
45. Зависимые и независимые многомерные случайные величины.
46. Нормальное распределение системы случайных величин.
47. Случайный процесс.
48. Цепи Маркова.
49. Формулировка закона больших чисел.
50. Неравенство Чебышева.
51. Теорема Чебышева и ее следствия.
52. Функциональная и корреляционная зависимость.
53. Способы задания корреляционной зависимости.
54. Эмпирические линии регрессии.
55. Коэффициент линейной корреляции и его свойства.
56. Корреляционное отношение и его свойства.
57. Статистическая значимость эмпирических данных.
58. Метод наименьших квадратов.
59. Уравнение регрессии.
60. Проверка точности регрессионной модели.
62. Прогноз результативного показателя.
63. Алгоритм построения прогноза.
64. Множественная регрессия. Оценка силы и тесноты корреляционной связи.
65. Множественная регрессия. Статистическая значимость эмпирических данных.
66. Множественная регрессия. Уравнение регрессии.
67. Множественная регрессия. Показатели качества регрессионной модели.
68. Множественная регрессия. Прогноз результативного показателя.
69. Множественная регрессия. Проблема формирования признаков пространства.
70. Множественная регрессия. Алгоритм построения прогноза.

Критерии оценки тестирования студентов

Оценка выполнения тестов	Критерий оценки
0,5 балла за правильный ответ на 1 вопрос	Правильно выбранный вариант ответа (в случае закрытого теста), правильно вписанный ответ (в случае открытого теста)

Регламент проведения тестирования и оценивания

№	Вид работы	Продолжительность
1.	Предел длительности тестирования (20 вопросов)	35-40 мин.
2.	Внесение исправлений	до 5 мин.
	Итого (в расчете на тест)	до 45 мин.

Критерии оценки выполнения заданий студентами

Регламент выполнения заданий

№	Вид работы	Продолжительность
1.	Предел длительности защиты задания	до 5-7 мин.
2.	Внесение исправлений в представленное решение	до 2 мин.
3.	Комментарии преподавателя	до 1 мин.
	Итого (в расчете на одно задание)	до 10 мин.

Оценка в баллах	Критерии оценивания задания
15 баллов	Задание выполнены полностью, все элементы и взаимосвязи модели (проекта) обоснованы.
10 баллов	Задание выполнены полностью, но нет достаточного обоснования взаимосвязей, элементов модели (проекта)
5 баллов	Модели (проекты) имеют незаконченную структуру. Обоснование модели (проекта) дано частично.
0 баллов	Задание не выполнено.

Критерии оценки устных ответов студентов

Регламент проведения устного опроса

№	Вид работы	Продолжительность
1.	Предел длительности ответа на каждый вопрос	до 3 мин.
2.	Внесение студентами уточнений и дополнений	до 1 мин.
3.	Дискуссия с участием учебной группы по ответу на вопрос	до 2 мин.
4.	Комментарии преподавателя	до 1 мин.
	Итого продолжительность устного ответа (на один) вопрос	до 7 мин.

Оценка в баллах	Критерии оценивания ответа
5	Ответ отличается последовательностью, полнотой, логикой изложения. Легко воспринимается аудиторией. При ответе на вопросы выступающий

	демонстрирует глубину владения материалом. Ответы формулируются аргументировано, обосновывается собственная позиция в проблемных ситуациях.
4	Ответ отличается последовательностью, логикой изложения. Но обоснование сделанных выводов не достаточно аргументировано. Неполно раскрыто содержание проблемы.
3	Ответ направлен на пересказ содержания проблемы, но не демонстрирует умение выделять главное, существенное. Выступающий не владеет пониманием сути излагаемой проблемы

Критерии оценки участия в дискуссии

В целях закрепления практического материала и углубления теоретических знаний по разделам дисциплины предполагается проведение обсуждений в форме дискуссий по актуальным темам, вопросам, что позволяет углубить процесс познания, раскрыть понимание прикладной значимости осваиваемой дисциплины.

Критерии	Оценка в баллах
Демонстрирует полное понимание обсуждаемой проблемы, высказывает собственное суждение по вопросу, аргументировано отвечает на вопросы участников дискуссии, соблюдает регламент выступления.	1
Понимает суть рассматриваемой проблемы, может высказать типовое суждение по вопросу, отвечает на вопросы участников семинара, однако выступление носит затянутый или не аргументированный характер.	0,5
Принимает участие в обсуждении, однако собственного мнения по вопросу не высказывает, либо высказывает мнение, не отличающееся от мнения других докладчиков.	0,2
Не принимает участия в обсуждении	0

Показатели, критерии и шкала оценивания компетенций промежуточной аттестации знаний по учебной дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» на экзамене

Оценка в баллах	Оценка за ответ на зачете	Критерии оценивания компетенций	Уровень освоения компетенций
91 -100 баллов	«Отлично»	Выставляется обучающемуся, если он глубоко и прочно усвоил теоретический и практический материал, может продемонстрировать это на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся исчерпывающе и логически стройно излагает учебный материал, умеет увязывать теорию с практикой, справляется с решением задач профессиональной направленности высокого уровня сложности, правильно обосновывает	Высокий

		принятые решения. Свободно ориентируется в учебной и профессиональной литературе.	
76 – 90 баллов	«Хорошо»	Выставляется обучающемуся, если он знает теоретический и практический материал, грамотно и по существу излагает его на занятиях и в ходе промежуточной аттестации, не допуская существенных неточностей. Обучающийся правильно применяет теоретические положения при решении практических задач профессиональной направленности разного уровня сложности, владеет необходимыми для этого навыками и приёмами. Достаточно хорошо ориентируется в учебной и профессиональной литературе.	Хороший
61 – 75 баллов	«Удовлетворительно»	Выставляется обучающемуся, если он знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает отдельные ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает определённые затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами. Демонстрирует достаточный уровень знания учебной литературы по дисциплине.	Достаточный
0 – 60 баллов	«Неудовлетворительно»	Выставляется обучающемуся, если он не знает на базовом уровне теоретический и практический материал, допускает грубые ошибки при его изложении на занятиях и в ходе промежуточной аттестации. Обучающийся испытывает серьёзные затруднения в применении теоретических положений при решении практических задач профессиональной направленности стандартного уровня сложности, не владеет необходимыми для этого базовыми навыками и приёмами. Демонстрирует фрагментарные знания учебной литературы по дисциплине.	Компетенции не сформированы

4. ИТОГОВЫЕ ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

№ п/п	Контролируемые разделы (темы)	Тестовые задания	Код контролируемой компетенции (или ее части)
1	Понятие «случайное событие». Операции над событиями	1. Какое название носит раздел математики, который изучает случайные события, случайные величины, их свойства и операции над ними: а) теория случайных цифр	УК-1 ОПК -3

		б) теория величин в) теория вероятностей 2. К какому веку (векам) относят возникновение теории вероятностей как науки: а) средним векам б) 18 веку в) 20 веку 3. В каком случае события А и В называются несовместными: а) $p(AB)=1$ б) $p(AB)=0$ + в) $p(AB)=p(A)+p(B)$ 4. Множество, состоящее из всех элементов, принадлежащих множеству А и не принадлежащих множеству В, называют...	
2	Вероятность события	5. Выберите правильный вариант: Два стрелка стреляют по разу в общую цель. Вероятность попадания в цель у одного стрелка 0.8, у другого — 0.9. Найти вероятность того, что цель не будет поражена ни одной пулей: ... 6. Бросается 5 монет. Вероятность того, что три раза выпадет герб равна: ... 7. В пирамиде 5 винтовок, 3 из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность попадания для стрелка при выстреле из винтовки с оптическим прицелом равна 0.95, из обычной винтовки — 0.7. Стрелок наудачу берет винтовку и стреляет. Найти вероятность того, что мишень будет поражена: ... 8. Лампочки изготавливаются независимо друг от друга. В среднем одна лампочка из тысячи оказывается бракованной. Необходимо найти вероятность того, что из двух взятых наугад лампочек окажутся исправными обе: ... 9. Выберите верный вариант на следующее задание: Прибор состоит из двух элементов, работающих независимо. Вероятность выхода из строя первого элемента при включении прибора — 0.05, второго — 0.08. Найти вероятность того, что при включении прибора оба элемента будут работать: ... 10. Выберите из предложенных ответов верный: Условной вероятностью события В при условии, что событие А с ненулевой вероятностью произошло, называется: а) $p(B/A) = p(AB) / p(B)$ б) $p(B/A) = p(AB) p(A)$ в) $p(B/A) = p(AB) / p(A)$ 11. В круг радиусом 20 см помещен меньший круг радиусом 10 см так, что их центры совпадают. Найти вероятность того, что точка, наудачу брошенная в большой круг, попадет также и в кольцо, образованное построенными окружностями. Предполагается, что вероятность попадания точки в круг пропорциональна площади круга и не зависит от его расположения: ...	УК-1 ОПК-3
3	Элементы комбинаторики	12. Сколькими способами можно рассадить взрослых пассажиров в автомобиле, если в нем 3 пассажирских места: ... 13. Из 10 учащихся нужно составить группу из 4 для участия в мероприятии. Сколькими способами это можно сделать: ... 14. Соединения, каждое из которых содержит m элементов, взятых из данных n ; одно соединение отличается от другого по крайней мере одним элементом или порядком их следования, называются: а) Сочетания б) Перестановки в) Размещения	УК-1 ОПК-3

		<p>15. Комбинаторика отвечает на вопрос:</p> <p>а) сколько различных комбинаций можно составить из элементов данного множества +</p> <p>б) какова частота массовых случайных явлений</p> <p>в) с какой вероятностью произойдет некоторое случайное событие</p> <p>16. Сколько различных двухзначных чисел можно записать, используя цифры 2, 3, 8, если цифры в этих числах могут повторяться:</p>	
4	<p>Формула полной вероятности. Теорема Байеса</p>	<p>17. Из предложенных вариантов, укажите единственно верный:</p> <p>Если имеется группа из n несовместных событий H_i, в сумме составляющих все пространство, и известны вероятности $P(H_i)$, а событие A может наступить после реализации одного из H_i и известны вероятности $P(A/H_i)$, то $P(A)$ вычисляется по формуле:</p> <p>а) Муавра-Лапласа</p> <p>б) Полной вероятности</p> <p>в) Бернулли</p>	<p>УК-1 ОПК -3</p>
5	<p>Повторные независимые испытания</p>	<p>18. Вероятность того, что дом может сгореть в течение года, равна 0.01. Застраховано 500 домов. Необходимо определить асимптотическое приближение, чтобы сосчитать вероятность того, что сгорит не более 5 домов:</p> <p>а) локальной формулой Муавра-Лапласа</p> <p>б) распределением Пуассона +</p> <p>в) интегральной формулой Муавра-Лапласа</p>	<p>УК-1 ОПК -3</p>
6	<p>Понятие «случайная величина». Функция распределения случайной величины</p>	<p>19. Функция распределения случайной величины это:</p> <p>а) Вероятность того, что $P(X = x)$;</p> <p>б) Вероятность того, что $P(X \approx x)$;</p> <p>в) Вероятность того, что $P(X \leq x)$;</p> <p>г) Вероятность того, что $P(X \neq x)$;</p> <p>д) Вероятность того, что $P(X > x)$.</p>	<p>УК -1 ОПК -3</p>
7	<p>Дискретная случайная величина и способы ее записи</p>	<p>20. Законы распределения случайной дискретной величины представляются в виде:</p> <p>а) функции распределения $F(x)$ и совокупностью значений X ;</p> <p>б) функции распределения $F(x)$ и функции плотности распределения $\rho(x)$;</p> <p>в) функции распределения $F(x)$ и совокупностью значений P_i ;</p> <p>г) функции распределения $F(x)$ и рядом распределения $(x_i ; p_i)$;</p> <p>д) функции распределения $F(x)$ и $\sum_{-\infty}^{\infty} P(X = x)$;</p> <p>е) функции распределения $F(x)$ и $\int_{-\infty}^{\infty} \rho(x) dx$.</p> <p>21. Основные числовые характеристики дискретных случайных величин это:</p>	<p>УК-1 ОПК -3</p>

		<p>а) Среднее арифметическое, дисперсия, квантиль, моменты k-того порядка, мода и медиана;</p> <p>б) Дисперсия, центральные и начальные моменты k-того порядка, среднее геометрическое, мода и медиана;</p> <p>в) Математическое ожидание, мода, медиана, дисперсия, среднее квадратичное отклонение, центральные и начальные моменты k-того порядка;</p> <p>г) Математическое ожидание, среднее арифметическое, дисперсия, среднее квадратичное отклонение, мода, медиана, центральные и начальные моменты k-того порядка;</p> <p>д) Математическое ожидание, мода, медиана, дисперсия, среднее квадратичное отклонение, центральные и начальные моменты k-того порядка, эксцесс, асимметрия.</p>	
8	Непрерывная случайная величина и способы ее записи	<p>22. Законы распределения непрерывной случайной величины представляются в виде:</p> <p>а) функции распределения $F(x)$ и совокупностью значений X;</p> <p>б) функции распределения $F(x)$ и функции плотности распределения $\rho(x)$;</p> <p>в) функции распределения $F(x)$ и совокупностью значений P_i;</p> <p>г) функции распределения $F(x)$ и рядом распределения $(x_i; p_i)$;</p> <p>д) функции распределения $F(x)$ и $\sum_{-\infty}^{\infty} P(X = x)$;</p> <p>е) функции распределения $F(x)$ и $\int_{-\infty}^{\infty} \rho(x) dx$.</p>	УК-1 ОПК-3
9	Числовые характеристики случайной величины	<p>23. X и Y — независимы. $DX = 5$, $DY = 2$. Необходимо, используя свойства дисперсии, найти $D(2X+3Y)$: ...</p>	УК-1 ОПК-3
10	Некоторые виды распределения случайной величины	<p>24. Нормальный закон распределения имеет следующую функцию плотности распределения $\rho(x)$:</p> <p>а) $\rho(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$;</p> <p>б) $\rho(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-x^2/2}$;</p> <p>в) $\rho(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2} dt$;</p> <p>г) $\rho(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$;</p> <p>д) $\rho(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-t^2} dt$;</p> <p>25. Для нормального закона распределения вероятность попадания случайной величины в интервал $\alpha\beta$ равен:</p> <p>а) $P(\alpha < x < \beta) = F(\alpha) - F(\beta) = \Phi^*(\alpha) - \Phi^*(\beta)$;</p> <p>б) $P(\alpha < x < \beta) = F(\alpha) + F(\beta) = \Phi^*(\alpha) + \Phi^*(\beta)$;</p>	УК-1 ОПК-3

		<p>в) $P(\alpha < x < \beta) = F(\beta) - F(\alpha) = \Phi^*(\alpha - m) - \Phi^*(\beta - m);$ г) $P(\alpha < x < \beta) = F(\beta) - F(\alpha) = \Phi(\alpha - m) - \Phi(\beta - m);$ $P(\alpha < x < \beta) = F(\beta) + F(\alpha) = \Phi\left[\frac{\beta - m}{\sigma}\right]^* + \Phi\left[\frac{\alpha - m}{\sigma}\right]^*;$ д) е) $P(\alpha < x < \beta) = F(\beta) - F(\alpha) = \Phi\left[\frac{\beta - m}{\sigma}\right]^* - \Phi\left[\frac{\alpha - m}{\sigma}\right]^*;$</p>	
11	Многомерные случайные величины	<p>26. Функция, являющаяся смешанной производной $F(x_1; x_2; \dots; x_n)$ порядка n,</p> $f(x_1; x_2; \dots; x_n) = \frac{\partial^n F}{\partial x_1 \partial x_2 \dots \partial x_n} = F_{x_1; x_2; \dots; x_n}^{(n)}$ <p>называется ...</p> <p>27. Условным законом распределения величины X, входящей в систему Z, называется закон распределения, вычисленный при условии, что ...</p>	УК-1 ОПК -3
12	Марковские процессы	<p>28. Сущность предельных теорем и закона больших чисел заключается:</p> <p>а) В определении числовых характеристик случайных величин при большом числе наблюдаемых данных; б) В поведении числовых характеристик и законов распределения наблюдаемых значений случайных величин; в) В определении области применения нормального закона распределения случайных величин при сложении большого количества случайных величин; г) В поведении числовых характеристик и законов распределения случайных величин при увеличении числа наблюдений и опытов; д) В определении суммарных значений основных характеристик законов распределения.</p> <p>29. Марковским случайным процессом называют такие процессы, у которых:</p> <p>а) Плотность совместного распределения произвольных N сечений полностью определяет поведение процесса; б) Плотность совместного распределения произвольных $(N - 1)$ сечений полностью определяет поведение процесса; в) Плотность совместного распределения произвольных $N = 3$ сечений полностью определяет поведение процесса; г) Плотность совместного распределения произвольных $N = 2$ сечений полностью определяет поведение процесса; д) Плотность совместного распределения произвольных $N = 4$ сечений полностью определяет поведение процесса;</p> <p>30. Марковскими цепями называют случайных процесс, у которого:</p> <p>а) Сама функция подчиняется нормальному закону распределения; б) Сама функция подчиняется показательному закону распределения; в) Сама функция имеет дискретный характер;</p>	УК-1 ОПК -3

		г) Сама функция имеет непрерывный характер; д) Сама функция подчиняется биномиальному закону распределения.	
13	Парная регрессия	31. Коэффициент корреляции случайных величин характеризует: а) Степень независимости между случайными величинами; б) Степень нелинейной зависимости между случайными величинами; в) Степень линейной зависимости между случайными величинами; г) Степень регрессии между случайными величинами; д) Степень разброса двух величин относительно математического ожидания; е) Степень отклонения двух величин от их математических ожиданий.	УК-1 ОПК -3
14	Множественная регрессия	32. Частным случаем многофакторной степенной функции является: а) функция неизменного роза; в) модель спрос – предложение; г) модель межотраслевого баланса; д) производственная функция.	УК-1 ОПК -3

Ключ

1	2	3	4	5	6
в)	а)	б)	разностью множеств А и В	0,02	5/16
7	8	9	10	11	12
0,85	0,998001	0,874	в)	0,75	б
13	14	15	16	17	18
210	в)	а)	9	б)	б
19	20	21	22	23	24
в)	г)	д)	е)	38	г)
25	26	27	28	29	30
е)	функцией плотности вероятности n – мерной случайной величины	вторая случайная величина принимает определенное значение y	а)	г)	в)
31	32				
в)	д)				

Критерии оценки

Оценка в баллах	Оценка за итоговый тест
65-80 баллов	«Отлично»
50-64 баллов	«Хорошо»
40-49 баллов	«Удовлетворительно»
Менее 40 баллов	«Неудовлетворительно»

Разработчик Крылов Василий Евгеньевич

Фонд оценочных материалов (средств) рассмотрен и одобрен на заседании кафедры Бизнес – информатика и экономика

Протокол № 1 от 30 августа 2023 года

Заведующий кафедрой Тесленко И.Б.

Фонд оценочных материалов (средств) рассмотрен и одобрен на заседании учебно-методической комиссии направления 01.03.05 Статистика

Протокол № 1 от 5 сентября 2023 года

Председатель комиссии к.э.н., доцент Ярьес О.Б.